

РАЗРАБОТКА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА СЕЛЕКТИВНОГО ВОДОЗАБОРНОГО ПРОЦЕССА

И.Д. Музаев*, Н.И. Музаев**

Аннотация. Разработан гидродинамический метод расчета селективного водозаборного процесса при заборе воды из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема источника водоснабжения промышленных предприятий. В отличие от устаревших эмпирических формул, предназначенных для гидравлического расчета и проектирования селективного водозаборного устройства, в статье рассматриваемый процесс смоделирован контактной краевой задачей гидродинамики поверхностных и внутренних гравитационных волн в идеальной несжимаемой жидкости.

В вышеупомянутых эмпирических формулах не содержатся части входных параметров системы стратифицированного водоема – селективное водозаборное устройство, существенно влияющих на селективный водозаборный процесс. На основе выполненных вычислительных экспериментов в статье доказано утверждение о том, что в связи с отмеченным недостатком проектирование водозаборных устройств на основе эмпирических формул не может гарантировать селективный водоотбор из верхнего слоя стратифицированного водоема.

В полученной статье совокупности расчетных формул содержатся все входные параметры системы. Они позволяют автоматизацию вычислительных экспериментов на компьютере для подбора габаритов водозаборного устройства, отметки его глубинного расположения, а также расхода и скорости забираемой воды, обеспечивающих селективный водоотбор из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема.

Ключевые слова: стратифицированный водоем, селективный водозабор, нижнее критическое положение поверхности раздела слоев, контактная начально-краевая задача, интегральное преобразование Лапласа.

При плотностной стратификации водоема – источника водоснабжения промышленных предприятий в ряде случаев целесообразно забирать воду только из верхнего осветленного слоя водоема. Однако при близком расположении водозаборной трубы либо окна к нижнему мутному слою и отбора воды с высокой скоростью на поверхности раздела слоев образуются внутренние волны (рис. 1). При некоторых значениях толщины слоев гребень образованной волны может достичь отметки нижнего конца трубы либо окна. Такое положение называется нижним критическим положением поверхности раздела слоев [1, 2, 3, 9, 10]. При этом произойдет затекание воды в трубу либо окно из нижнего мутного слоя водоема. В связи с этим водозаборную трубу (окно) надо опускать на такую глубину, чтобы уровень волновой поверхности раздела слоев не достиг нижнего критического положения, т. е. отметки нижнего конца трубы (окна).

В справочных литературных источниках [1, 2] и в строительных нормах и

правилах представлены эмпирические формулы (А. Край, Р. Смутек, И. Давидиан, Н.И. Гловер), по которым до настоящего времени рекомендуется выполнение гидравлических расчетов глубинного положения водозаборной трубы либо водозаборного окна и допустимого расхода забираемой через них воды, обеспечивающих селективный водоотбор из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема. В соответствии с расчетной схемой на рис. 1, когда вода заби-

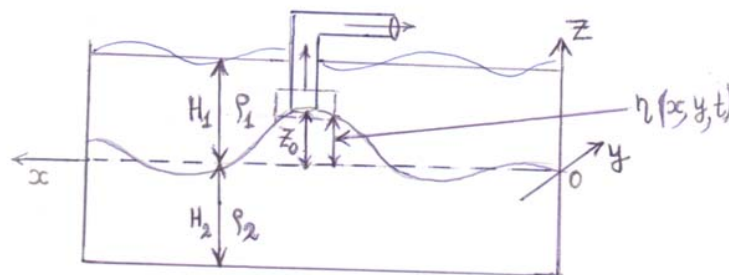


Рис. 1. Расчетная схема задачи селективного водозабора из внутреннего пространства верхнего слоя для эмпирической формулы И. Давидиана и И. Гловера

* Музаев Илларион Давидович – д. т. н., профессор, Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН; Владикавказский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, Россия (illarion.muzaev@yandex.ru).
 ** Музаев Нузгар Илларионович – младший научный сотрудник, ГФИ ВНИЦ РАН, Владикавказ.

рается из внутреннего пространства верхнего слоя через трубу, соответствующая расчетная эмпирическая формула (И. Давидиан, И. Гловер, 1956) имеет следующий вид [1, 2]:

$$z_0 = 0,84 \sqrt{\frac{q\rho_1}{\pi\sqrt{gd}\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}}}, \quad (1)$$

где приняты следующие обозначения: z_0 – расстояние от первоначальной невозмущенной поверхности раздела слоев до нижнего конца водозаборной трубы, q – расход забираемой через трубу воды, d – внутренний диаметр трубы, ρ_1 и ρ_2 – плотности верхнего и нижнего слоев воды соответственно, g – ускорение силы тяжести.

В соответствии с расчетной схемой на рис. 2, когда вода забирается через окно, устроенное на участке грани водоема, соответствующие эмпирические формулы (А. Край, 1949) имеют следующие виды [1, 2, 3]:

Для двумерной постановки задачи, когда ширина окна равна ширине водоема,

$$z_0 = \sqrt[3]{0,438q^2 \frac{\rho_1}{g(\rho_2 - \rho_1)}}. \quad (2)$$

Для пространственной задачи, когда ширина водоема больше, чем ширина водозаборного окна,

$$z_0 = \sqrt[5]{0,154Q^2 \frac{\rho_1}{g(\rho_2 - \rho_1)}}, \quad (3)$$

где q – критический удельный расход забираемой через окна воды (расход, приходящий на единицу ширины окна), Q – полный критический расход, z_0 – расстояние от невозмущенной поверхности раздела слоев до нижнего конца окна.

Для схемы водозабора, представленной на рис. 2 (двумерная задача), также рекомендуется расчетная эмпирическая формула (Р. Смутек, 1952), имеющая следующий вид [1, 2]:

$$z_0 = a + \frac{q^{0,8}}{(2a)^{0,2} \cdot g^{0,4}} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \right)^{0,4}, \quad (4)$$

где приняты обозначения формулы (2), a – половина высоты окна.

Эмпирические формулы (1)–(4) имеют ряд существенных недостатков. В них не содержатся толщины слоев воды, ширина водоема и промежуток времени медленного открытия водозаборной трубы. Кроме этого, в формуле (3) не содержатся габаритные размеры водозаборного окна. Ниже будет доказано утверждение о том, что перечисленные входные параметры системы, состоящей из стратифицированного водоема и водозаборного устройства, существенно влияют на отметку критического положения поверхности раздела слоев и на критический

расход забираемой воды. В связи с указанными недостатками гидравлического метода расчета становится актуальной разработка гидродинамического метода расчета рассматриваемых процессов.

Предположим, что в прямоугольной системе координат $Oxyz$ часть пространства, ограниченная условиями $0 < x < L, 0 < y < B, -H_2 < z < H_1$, заполнена идеальной несжимаемой жидкостью, где L – длина, B – ширина водоема, H_1 и H_2 – толщины верхнего и нижнего слоев соответственно, ρ_1 – плотность верхнего осветленного слоя, ρ_2 – плотность нижнего мутного слоя.

Математическую модель проблемы обеспечения селективного водозаборного процесса, когда вода забирается из внутреннего пространства верхнего слоя, представляет следующая контактная начально-краевая задача гидродинамики поверхностных и внутренних гравитационных волн [4, 6, 9, 10]:

$$\Delta\varphi_1(x, y, z, t) = -\frac{q(t)}{8b_1b_2a_0}X(x)Y(y)Z(z), \quad (5)$$

$$\Delta\varphi_2(x, y, z, t) = 0, \quad (6)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = 0, \text{ при } t = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial x}\Big|_{x=0,L} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_i}{\partial y}\Big|_{y=0,B} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \right)\Big|_{z=H_1} = 0, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\Big|_{z=0}, \quad (9)$$

$$\rho_1 \left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \right)\Big|_{z=0} = \rho_2 \left(\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial\varphi_2}{\partial z} \right)\Big|_{z=0}, \quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\Big|_{z=-H_2} = 0. \quad (10)$$

где $\varphi_1(x, y, z, t)$ и $\varphi_2(x, y, z, t)$ – потенциалы скоростей в верхнем и нижнем слоях жидкости соответственно, x – продольная координата, y – поперечная координата, z – вертикальная координата, t – время, g – ускорение силы тяжести, Δ – дифференциальный оператор Лапласа по пространственным координатам.

Вспомогательные функции $X(x)$, $Y(y)$, $Z(z)$ задаются в следующем виде:

$$X(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x_0 - b_1 < x < x_0 + b_1, \\ 0, & \text{при } x < x_0 - b_1 \text{ или } x > x_0 + b_1, \end{cases} \quad (11)$$

$$Y(y) = \begin{cases} 1, & \text{при } y_0 - b_0 < y < y_0 + b_0, \\ 0, & \text{при } y < y_0 - b_0 \text{ или } y > y_0 + b_0, \end{cases}$$

$$Z(z) = \begin{cases} 1, & \text{при } z_0 - a_0 < z < z_0 + a_0, \\ 0, & \text{при } z < z_0 - a_0 \text{ или } z > z_0 + a_0. \end{cases}$$

Легко заметить, что процесс водозабора из верхнего слоя смоделирован через правой части дифференциального уравнения Пуассона (5) как система стоков непрерывно распределенных в прямоугольном параллелепипеде с горизонтальными ребрами $2b_1$ вдоль оси Ox , $2b_0$ – вдоль оси Oy и вертикальным ребром $2\alpha_0$ (при условии $\alpha_0 \rightarrow 0$), сосредоточенным у входа в трубу. $q(t)$ – расход забираемой через трубу воды.

$$q(t) = \begin{cases} q_0 \frac{t}{T_0}, & \text{при } 0 < t < T_0, \\ q_0, & \text{при } t \geq T_0, \end{cases} \quad q_0 = \text{const}, \quad (12)$$

где T_0 – промежуток времени полного открытия водозаборной трубы, (x_0, y_0, z_0) – координаты центра поперечного сечения трубы у его входа.

При составлении математической модели (5)–(10) принято упрощающее предположение о том, что на гидродинамическую картину главным образом влияет процесс поглощения жидкости в прямоугольном параллелепипеде с

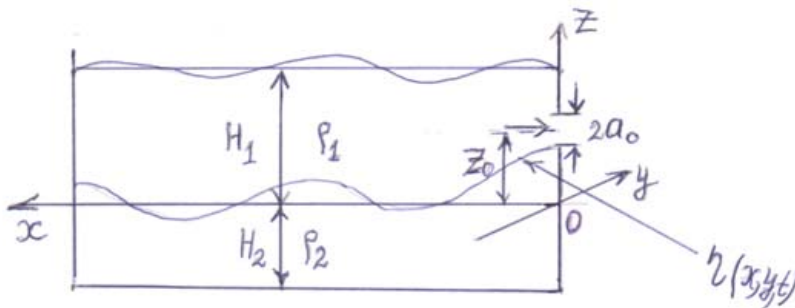


Рис. 2. Расчетная схема селективного водозабора из верхнего слоя для формул А. Края и Р. Смутека

бесконечно малой высотой ($\alpha_0 \rightarrow 0$), сосредоточенном у входа в трубу. Что касается влияния смоченной поверхности трубы на картину движения жидкости, то оно будет незначительным в связи с тем, что, как правило, диаметр трубы – несоизмеримо малая величина по сравнению с размерами водоема.

Диаметр трубы d связан с горизонтальными ребрами фиктивного параллелепипеда условием равенства площадей поперечных сечений трубы и параллелепипеда:

$$4b_1b_0 = \pi \frac{d^2}{4}. \quad (13)$$

При известных потенциалах φ_1 и φ_2 уравнение внутренней волновой поверхности раздела

слоев вычисляется следующей зависимостью

$$\eta(x, y, t) = \frac{\rho_1}{(\rho_2 - \rho_1)g} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \Big|_{z=0} - \frac{\rho_2}{(\rho_2 - \rho_1)g} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \Big|_{z=0}. \quad (14)$$

Поставленная контактная начально-краевая задача решена классическими методами математической физики.

По полученным совокупностям расчетных формул для схемы водозабора через окно выполнены вычислительные экспериментальные исследования на компьютере по определению критических скоростей, расходов и уровней селективных водозаборных процессов. Результаты вычислений сопоставлены с аналогичными результатами, полученными из эмпирических формул (2), (3) и (4).

На рис. 3 и 4 приведены графики зависимости величины $\eta(0, B/2, t)$ от времени при различных значениях толщин H_1 и H_2 слоев воды. Все они соответствуют двумерной постановке задачи и мгновенному открытию водозаборного окна, т. е. $2b_0 = B$ и $T = 0$.

Как показывают эти графики, поверхность раздела у водозаборного окна сперва всплывает, а затем до прихода

отраженных волн останавливается на некотором устойчивом уровне, около которого совершает колебания с незначительной амплитудой. Графики на рис. 3 показывают существенное количественное влияние толщины H_2 на критическое положение отметки уровня поверхности раздела. При толщине нижнего слоя $H_2 = 0,65$ м отметка всплеска равна $0,96 v_0$, а устойчивая отметка $0,32 v_0$. При толщине $H_2 = 5$ м отметка всплеска равна $1,4 v_0$, а отметка устойчивого уровня равна $0,7 v_0$. Отметки всплеска разнятся на 46 %, а отметки устойчивых уровней разнятся на 119 %.

Графики на рис. 4 показывают, что на указанные уровни еще сильнее влияет толщина верхнего слоя H_1 . При толщине $H_2 = 0,65$ м отметка устойчивого уровня равна $2,47 v_0$, а при толщине $H_1 = 5$ м отметка устойчивого уровня равна $0,7 v_0$, что в 3,18 раз меньше, чем $2,47 v_0$.

Графики, представленные на рис. 5, показывают, что начиная с $T_0 = 30$ с промежуток времени постепенного открытия водозаборного окна практически не влияет на отметку устойчивого уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна. Графики, представленные на рис. 6, указывают на существенное

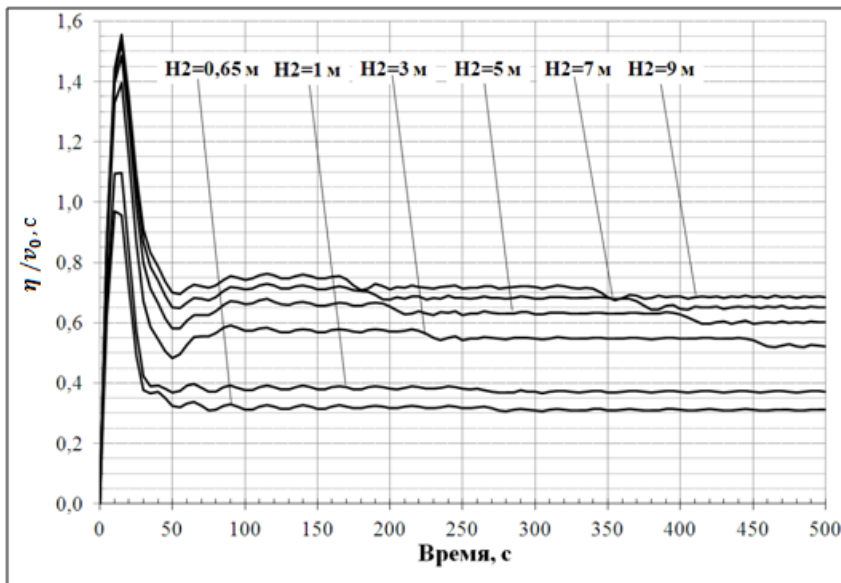


Рис. 3. Зависимость от времени уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна (двумерная задача) при различных значениях толщины нижнего слоя воды
 $L = 1\,000\text{ м}$, $T_0 = 0,01\text{ с}$, $B = 1,0\text{ м}$, $H_1 = 5,0\text{ м}$, $\rho_1 = 1\,000\text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1\,002\text{ кг/м}^3$, $Z_0 = 0,5\text{ м}$, $b_0 = 0,5\text{ м}$, $a_0 = 0,15\text{ м}$, $y_0 = B/2$, $x = 0\text{ м}$, $y = B/2$, H_2 принимает значения: 0,65 м, 1 м, 3 м, 5 м, 7 м, 9 м.

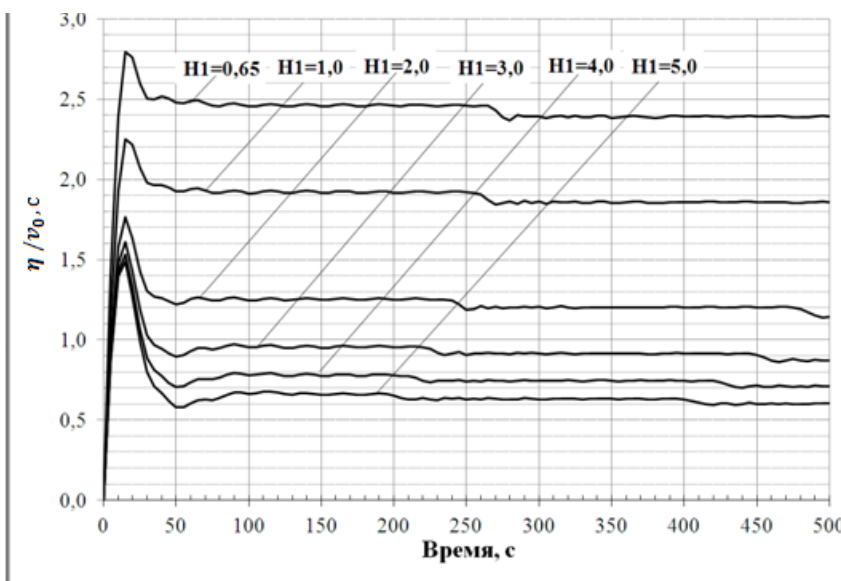


Рис. 4. Зависимость от времени уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна (двумерная задача) при различных значениях толщины верхнего слоя воды
 $L = 1\,000\text{ м}$, $T_0 = 0,01\text{ с}$, $B = 1,0\text{ м}$, $H_2 = 5,0\text{ м}$, $\rho_1 = 1\,000\text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1\,002\text{ кг/м}^3$, $Z_0 = 0,5\text{ м}$, $b_0 = 0,5\text{ м}$, $a_0 = 0,15\text{ м}$, $y_0 = B/2$, $x = 0\text{ м}$, $y = B/2$, H_1 принимает значения: 0,65 м, 1 м, 2 м, 3 м, 4 м, 5 м.

влияние ширины водоема на вышеуказанные отметки.

Расчеты показывают, что проектирование селективных водозаборных устройств на основе рекомендуемых для этого дела эмпирических

формул А. Края и Р. Смутека при некоторых значениях входных параметров стратифицированного водоема и водозаборного устройства могут не гарантировать селективный водозаборный процесс из верхнего слоя водоема.

Взамен устаревшим эмпирическим формулам А. Края и Р. Смутека в представленной статье разработан строгий и адекватный гидродинамический метод расчета габаритных размеров и отметок глубинной компоновки, необходимых для проектирования селективных водозаборных устройств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Эмпирические формулы (1)–(3), предназначенные для гидравлического расчета селективного водозабора из стратифицированного водоема, не учитывают габаритные размеры водозаборного окна, толщину слоев воды, а также времени открытия окна. Эти входные параметры наряду с другими параметрами системы существенно влияют на отметки критического положения поверхности раздела слоев. В связи с этим проектирование водозаборных устройств на основе этих формул не может гарантировать селективный водоотбор из определенного слоя стратифицированного водоема источника водоснабжения.

2. В рамках гидродинамической теории поверхностных и внутренних гравитационных волн получена совокупность расчетных формул, в которых содержатся габаритные размеры окна, плотности и толщины (мощность) слоев воды, а также отметки глубинной компоновки водозаборного окна.

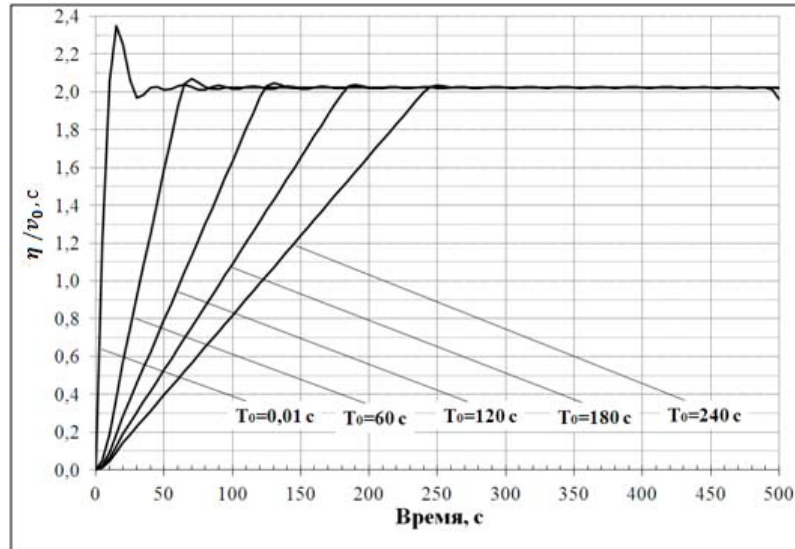


Рис. 5. Зависимость от времени уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна (двумерная задача) при различных значениях времени открытия водозаборного окна

$L = 1\,000\text{ м}$, $T_0 = 0,01\text{ с}$, $H_1 = 0,65\text{ м}$, $H_2 = 5,0\text{ м}$, $V = 1\text{ м}$, $\rho_1 = 1\,000\text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1\,002\text{ кг/м}^3$, $Z_0 = 0,5\text{ м}$, $b_0 = 0,5\text{ м}$, $a_0 = 0,15\text{ м}$, $y_0 = V/2$, $x = 0\text{ м}$, $y = V/2$, T_0 принимает значения: 0,01 с, 60 с, 120 с, 180 с, 240 с.

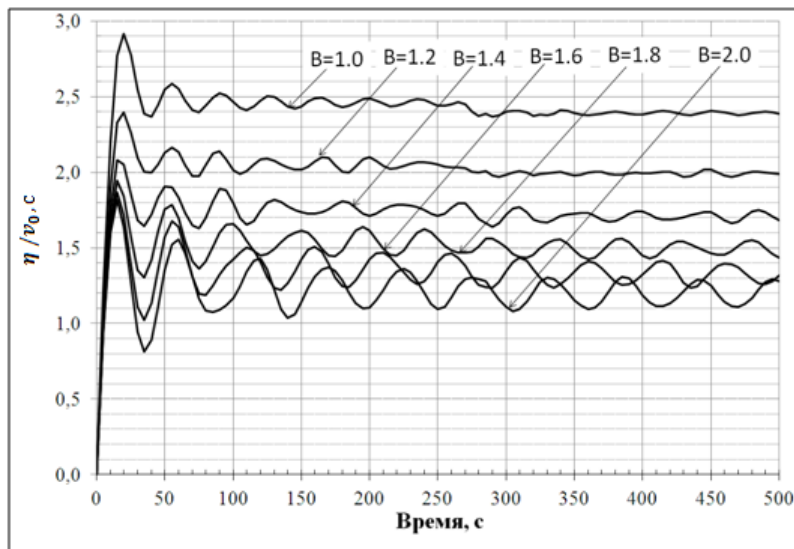


Рис. 6. Зависимость от времени уровня поверхности раздела слоев у водозаборного окна (трехмерная задача) при различных значениях ширины водоема

$L = 1\,000\text{ м}$, $T_0 = 0,01\text{ с}$, $H_1 = 0,65\text{ м}$, $H_2 = 5,0\text{ м}$, $\rho_1 = 1\,000\text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1\,002\text{ кг/м}^3$, $Z_0 = 0,5\text{ м}$, $b_0 = 0,5\text{ м}$, $a_0 = 0,15\text{ м}$, $y_0 = V/2$, $x = 0\text{ м}$, $y = V/2$, V принимает значения: 1 м–2 м.

3. Полученная совокупность формул позволяет автоматизировать вычислительные эксперименты на компьютере для подбора габаритов водозаборного окна, отметки его глубинного расположения, а также расхода и скорости забираемой воды, обеспечивающих селективный водоотбор из верхнего слоя stratифицированного водоема.

Работа выполнена при финансовой поддержке Отделения математических наук РАН в рамках программы III.1 на 2015–2016 гг. по государственному контракту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аверкиев А.Г., Макаров И.И., Синотин В.И. Бесплотинные водозаборные сооружения. – М.-Л.: Энергия, 1969. 164 с.
2. Справочник по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова. – Киев: Вища школа, 1977. С. 223–225.
3. Craya, A. Recherchestheoringessurl'ecoulement de couches superposes de fluids de densites different // La Houilli Blanche. 1949. No. 4. P.44–55.
4. Ламб Г. Гидродинамика. – М.-Л.: Гос. Изд-во техн.-теор. лит., 1947. 929 с.
5. Музаев И.Д., Музаев Н.И. Математическое моделирование для системы автоматизации проектирования (САПР) селективных водозаборных устройств // Матем. форум. Т. 8, ч.2: Исследование по дифференциальным уравнениям, математическому моделированию и проблемам математического образования. – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2014. С. 202–211.
6. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. 815 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. 830 с.
8. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – С.: Высшая школа, 1970. 710 с.
9. Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств // Журнал Вычислительные технологии. Том 21, № 4, 2016, с. 99–110.
10. Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Математическая модель, алгоритм и программа для проектирования селективных водозаборных систем // Известия вузов, Северо-Кавказский регион, технические науки, 2016, № 1, с. 84–90.

A HYDRODYNAMIC CALCULATION METHOD OF THE SELECTIVE INTAKE PROCESS

Muzaev I.D.*., Muzaev N.D.**

* Dr. South mathematical institute of VSC of the RAS, Vladikavkaz branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia (illarion.muzaev@yandex.ru).

** Jr. n. em., South mathematical institute of VSC of the RAS, Russia.

Abstract. Developed a hydrodynamic method of calculation of the selective intake process, when water from the upper layer of two-layer stratified reservoir source water industry. Unlike the older empirical formulas designed for the hydraulic calculation and design of selective water intake, in the article the review process modeled boundary contact problem of hydrodynamics of surface and internal gravity waves in an ideal incompressible fluid.

In the aforementioned empirical formulas do not contain parts of the input system parameters stratified body of water – selective water intake device, significantly affecting the selective intake process. Based on performed numerical experiments the article proves the statement that in connection with the mentioned disadvantage of the design of devices based on empirical formulas can not guarantee selective extraction from the upper layer stratified reservoir.

In the article the calculation formulas together contain all the input parameters of the system. They allow the automation of computational experiments on the computer for the selection of the dimensions of the diversion device, mark its depth locations, and flow and velocity of water withdrawn, ensuring a selective extraction from the upper layer of two-layer stratified reservoir.

Keywords: stratified reservoir with selective water intake, the lower the critical situation of the surface layers of the contact initial-boundary value problem, integral Laplace transform.

REFERENCES

1. Averkiev, A.G., Makarov, I.I., Sinotin, V.I. Damless water intake structures. – M.-L.: Energiya, 1969. 164 p. (In Russ.)
2. Reference book of hydraulics / V.A. Bolshakov. (Ed.) – Kiev: VishchaShkola, 1977. P.223–225. (In Russ.)
3. Craya, A. Recherchestheoringessurl'ecoulement de couches superposes de fluids de densites different // La Houilli Blanche. 1949. No. 4. P. 44–55.
4. Lamb, H. Hydrodynamics. M.-L.: Gos. Izd-voTekhn.-Teor. Lit., 1947. 929 p. (In Russ.)
5. Muzaev, I.D., Muzaev, N.I. Mathematical simulation for automation of system design (CAD) for selective water-intake devices // Mathematical Forum. Vol. 8, pt 2: Study on the Differential Equations, the Mathematical Simulation and the Problems of the Mathematical Education. – Vladikavkaz: SMI VSC RAS & PNO-A, 2014. P. 202–211. (In Russ.)
6. Sretenkiy, L.N. Theory of wave motions of a fluid. Moscow: Nauka, 1977. 815 p. (In Russ.)
7. Korn, G., Korn, T. Handbook on mathematics for researchers and engineers. – M.: Nauka, 1977. 830 S.
8. Koshlyakov, N.S. Gleaner, E.B., Smirnov, M.M. Partial differential Equations of mathematical physics. S.: Vishchaya Shkola, 1970. 710 p. (In Russ.)
9. Muzaev, I.D., Kharebov, K.S., Muzaev, N.I. Theoretical principles of computer aided design of selective water intake devices. Journal Vychislitelnye tekhnologii, Vol. 21, № 4, 2016, p. 99–110. (In Russ.)
10. Muzaev, I.D., Kharebov, K.S., Musaev, N.I. Mathematical model, algorithm and program for design of selective water intake systems. Izvestiyavuzov, North Caucasus region, technical Sciences, 2016, № 1, p. 84–90. (In Russ.)